

Άσκηση αυτοαξιολόγησης 1:

Έστω ότι θέλουμε να αποθηκεύσουμε τα ακόλουθα διανύσματα (βασικές μνήμες):

$$\mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} +1 \\ +1 \\ +1 \end{bmatrix} \text{ και } \mathbf{X}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

σε ένα δίκτυο Hopfield. Θεωρείστε ότι τα κατώφλια είναι ίσα με το μηδέν.

- Ποια πρέπει να είναι η αρχιτεκτονική του δικτύου Hopfield που θα χρησιμοποιηθεί;
- Υπολογίστε τον πίνακα των βαρών αυτού του δικτύου.
- Εξακριβώστε αν τα δύο διανύσματα έχουν αποθηκευτεί σωστά.

Απάντηση

- Εφόσον τα διανύσματα που θέλουμε να αποθηκεύσουμε έχουν διάσταση 3, το δίκτυο Hopfield που θα χρησιμοποιηθεί θα πρέπει να αποτελείται από 3 νευρώνες.
- Ο πίνακας των βαρών του δικτύου υπολογίζεται ως εξής:

$$\mathbf{W} = \sum_{m=1}^2 \mathbf{X}_m \times \mathbf{X}_m^T - \mathbf{M} \times \mathbf{I} = \mathbf{X}_1 \times \mathbf{X}_1^T + \mathbf{X}_2 \times \mathbf{X}_2^T - 2 \times \mathbf{I} \Rightarrow$$

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} - 2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

- Στη συνέχεια δοκιμάζουμε αν τα δύο διανύσματα έχουν αποθηκευτεί σωστά. Έτσι έχουμε:

$$\mathbf{Y}_1 = \mathbf{sign}(\mathbf{W} \times \mathbf{X}_1 - \boldsymbol{\theta}) = \mathbf{sign}\left(\begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} +1 \\ +1 \\ +1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \mathbf{sign}\left(\begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} +1 \\ +1 \\ +1 \end{bmatrix} = \mathbf{X}_1$$

και

$$\mathbf{Y}_2 = \mathbf{sign}(\mathbf{W} \times \mathbf{X}_2 - \boldsymbol{\theta}) = \mathbf{sign}\left(\begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \mathbf{sign}\left(\begin{bmatrix} -4 \\ -4 \\ -4 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} = \mathbf{X}_2$$